Критерии оценивания

Заключительный тур многопрофильной олимпиады школьников «Путь к успеху» по математике включает 10 заданий для 10 и 10 заданий для 11 класса. Каждое задание оценивалось по балльной системе

10 класс

задача №1(переливания) – 10 баллов, задача №2 (логическая) – 10 баллов, задача №3 (теория вероятностей) – 10 баллов, задача №4 (алгебра и математический анализ) – 10 баллов, задача №5 (алгебра и математический анализ) – 10 баллов, задача №6 (алгебра и математический анализ) – 10 баллов, задача №7 (алгебра и математический анализ) – 10 баллов, задача №8 (геометрия) –10 баллов, задача №9 (геометрия) – 10 баллов, задача №10 (геометрия) – 10 баллов.

Итого: 100 баллов

11 класс

задача №1(логическая) – 10 баллов, задача №2 (логическая) – 10 баллов, задача №3 (логическая) – 10 баллов, задача №4 (алгебра и математический анализ) – 10 баллов, задача №5 (алгебра и математический анализ) – 10 баллов, задача №6 (алгебра и математический анализ) – 10 баллов, задача №7 (алгебра и математический анализ) – 10 баллов, задача №8 (алгебра и математический анализ) –10 баллов, задача №9 (геометрия) – 10 баллов, задача №10 (геометрия) – 10 баллов.

Итого: 100 баллов

Критерии отбора победителей и призеров:

призерами могут быть признаны участники, набравшие не менее 30% (10 класс) от максимального количества баллов и не менее 30% (11 класс) от максимального количества баллов. Количество победителей не должно превышать 20% от количества участников.

10 класс

1. Из бутыли, наполненной 12%-ным раствором соли, отлили 1 л и налили 1 л воды, затем отлили еще 1 л и опять долили водой. В бутылке оказался 3 %-ный раствор соли. Какова вместимость бутылки?
2. Лев и тигр могут съесть овцу за 2 часа 24 минуты, лев и волк ту же овцу могут съесть за 3 часа, а тигр и волк – за 4 часа. За сколько часов съедят овцу лев, тигр и волк вместе?
3. Из 30 осенних дней утром каждого дня в 12 случаях бывает ясная погода, в остальных - пасмурная. Если утром ясная погода, то вероятность дождя в течение дня – 0,3, если утром пасмурная погода, то вероятность дождя – 0,8. Рассеянный житель Иванов имеет два одинаковых зонта – исправный и сломанный. В пасмурное утро он обязательно берёт зонт, в ясное утро – берёт зонт с вероятностью 0,3. 1) Найти вероятность того, что в случайный день Иванов **не промокнет** под дождём. 2) Известно, что дождь в этот день был. Какова вероятность того, что утром было пасмурно?

4. Синус и косинус некоторого угла оказались различными корнями квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$. Докажите, что $b^2 = a^2 + 2ac$.
5. Решите уравнение:
$$\sqrt{\frac{x+6}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x+6}} = \frac{7}{12}.$$
6. Найдите какую-нибудь функцию $f(x)$отличную от константы, такую, что она не принимает отрицательных значений и для любого α выполняется неравенство
$$f(sin\alpha) + f(cos\alpha) \geq 4f(sin\alpha cos\alpha)$$
7. Решите иррациональное уравнение:
$$\sqrt{\frac{1 + 2x\sqrt{1 - x^2}}{2}} + 2x^2 = 1.$$
8. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x^6 + y^4 + z^2 = 8, \\ x^3 + y^2 + 2z = 4\sqrt{3}. \end{cases}$$
9. В треугольнике ABC точка М делит сторону АВ пополам, а точка К делит сторону АС в отношении 1:2, считая от вершины А. Определите, в каком отношении отрезок СМ делит отрезок ВК?
10. В правильной четырёхугольной призме сторона основания равна 16, а высота 20. Найдите кратчайшее расстояние от стороны основания до не пересекающей её диагонали призмы.

11 класс

1. В произведении ДО*РЕ*МИ*СИ одинаковые буквы означают одинаковые цифры, а разные буквы – разные цифры. Каким наибольшим количеством нулей может заканчиваться это произведение.
2. Каждый день Малыш и Карлсон едят пирожные. В первый день они съели по одному пирожному. Затем Малыш съедает каждый день ровно одно пирожное, а Карлсон – ровно столько, сколько они съели вместе за все предыдущие дни. Могло ли число пирожных, съеденных однажды Карлсоном, оканчиваться на 101?
3. На последний звонок было решено купить розы и хризантемы. Роза стоит 170 рублей, а хризантема 130. На покупку цветов ребята могут затратить не более 4960 рублей. При закупке число хризантем не должно отличаться от числа роз более чем на пять. Необходимо закупить максимально возможное суммарное количество цветов, при этом роз нужно закупить как можно меньше. Сколько цветов можно закупить при указанных условиях.

4. Изобразите на координатной плоскости множество точек $\left\{(x, y): 2 - |x| - |y| = \sqrt{(1-|x|)^2 + (1-|y|)^2}\right\}$
5. Синус и косинус некоторого угла оказались различными корнями квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$. Докажите, что $b^2 = a^2 + 2ac$.

6. Решите уравнение
$$\sqrt{x^3 + 17} = 3x - 5 + \sqrt{x^3 + 8}\,.$$
7. Решите неравенство:
$$log_2^2(x^2 - 2y + 6) + 2|x + 2y - 5| \le x + 2y - 5.$$

8. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} log_{|xy|}(x - y) = 1, \\ 2log_5|xy| \cdot log_{|xy|}(x + y) = 1. \end{cases}$$
9. В треугольнике АВС биссектриса АМ пересекает медиану ВТ в точке Р, при этом ВМ:СМ= 3:1. Найдите площадь четырехугольника РМСТ, если известно, что площадь треугольника АВС равна 120 кв.см.
10. Определите объём усечённого конуса, если образующая его l образует с большим основанием угол α и диагонали осевого сечения взаимно перпендикулярны.