№1 На что нужно умножить .... ?

$\left(\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}x\right)\right)\cdot K = 3\left(\frac{x}{2}\right)$ X – число основное

K – число на которое умножают.

$\frac{x}{12}K = \frac{3x}{2}$

$K = \frac{3x}{2}\cdot\frac{12}{x}$

$K = \frac{36}{2} = 18$

Ответ: K = 18

10б

№2 В стопке было не более 39...

X – число книг в одной части.

$7x + 5 \le 39$

$7x \le 34$

$x \le \frac{34}{7}$

1б.

Т.к. четверть книг изначально по матем $\frac{1}{4}$ часть, то нужно взять на одну книгу больше => 34 − 1 = 33 книги было в стопке.

Ответ 33.

№4 Найдите сумму

$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$

Избавимся от иррациональн. в знамен. для этого воспользуем. разностью квадратов

$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{(\sqrt{2}+\sqrt{1})(\sqrt{2}-\sqrt{1})} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{2-1} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{1}$; $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}^2-\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1}$ – и т.д. – заметим, что каждый последующий член прогресси. будет поглощая предыдущий, а знаменат. всегда будет = 1. Тогда:

$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{1} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1} + \ldots + \frac{\sqrt{99}-\sqrt{98}}{1} + \frac{\sqrt{100}-\sqrt{99}}{1} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}\ldots+\sqrt{99}-\sqrt{98}+\sqrt{100}-\sqrt{99}}{1} \Rightarrow$

У нас получилась симметричная цепочка чисел в числителе и по выполнению всех преобразований окажется, что $-\sqrt{1}$ и $+\sqrt{100}$ не будет „пары" и они не взаимоуничтожатся. Таким образом.

$\frac{-\sqrt{1}+\sqrt{100}}{1} = -\sqrt{1}+\sqrt{100} = -\sqrt{1}+10 = -1+10 = 9$

10б.

Ответ: 9

М42

1	10 б
2	1 б
3	0
4	10 б
5	1 б
6	—
7	—
8	3 б
9	—
10	1 б
Σ	26.

М42

№5 Найдите все последоват. $f: N \to N$

$f(1) = 1$

$f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$.

Допустим, что $x = 0$; а $y = 1$

$f(0+1) = f(0) + f(1) + 0 \cdot 1$

$f(1) = 0 + 1 + 0$

$1 = 1$ – Верно.

1б

Точно также работает при $x = 1$, $y = 0$

При $x = -1$, $y = 0$

$f(-1+0) = f(-1) + f(0) + 0 \cdot 1$

$f(-1) = -1 + 0 + 0$

$-1 = -1$ – Верно.

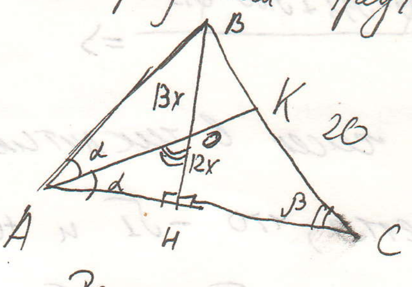
Тоже ~~вз~~ самое после смены знака, и поте $x = 0$, $y = -1$

№3 $\sin\alpha + \cos\alpha$ – ?

$\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{1}{3}$

0б

№8 В остроугольн треуг ABC биссектр.



Дано:

$BC = 20$

$BO : OK = 13 : 12$

Найти R – ?

Решение

1) Возьмём $\angle BAK = \alpha \Rightarrow \angle BAC = 2\alpha$, а угол $\angle BCA = \beta \Rightarrow \angle\angle ABC =$
$= 180^\circ - 2\alpha - \beta$

$\angle AKC = 180^\circ - \alpha - \beta \Rightarrow \angle BKA = 180^\circ - \angle AKC = 180^\circ - (180^\circ - \alpha - \beta) = \cancel{\alpha} + \beta$

M42

$\angle AOK = 90 - \alpha$; $\angle ABH = 90 - 2\alpha$

$\Delta ABH \sim \Delta AOH$ по общей стороне AH, $\angle AHB = \angle AHO = 90°$

и углам, которые в два раза отличаются

По Th. sin: $\frac{BO}{\sin\alpha} = \frac{OH}{\sin\alpha}$; $\frac{13x}{\sin\alpha} = \frac{12x}{\sin\alpha}$; следовательно

$AB = 13y$; по Th sin $AH = 12y$

3б

По Th Пифагора: $OH = \sqrt{AO^2 - AH^2} = \sqrt{(13y)^2 - (12y)^2} = 5y$

$\sin\alpha = \frac{OH}{AO} = \frac{5y}{13y} = \frac{5y}{13y} \Rightarrow AO = R = OB = OC = \frac{OH}{\sin\alpha} = 5y$

$BC = 13y = 20$

$y = \frac{20}{13}$

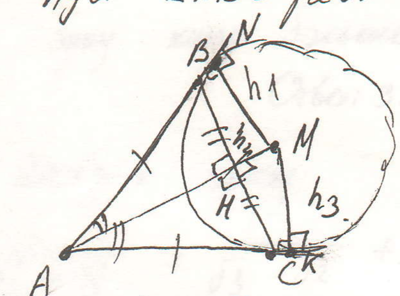
По Th sin: $\frac{BO}{AB} = \frac{BO}{BC} = \frac{5y}{13y} = \frac{BO}{BC}$

$BO = \frac{BC \cdot 5y}{13y} = \frac{20 \cdot 5y}{13y} =$ тогда $BO = 5y = \frac{5 \cdot 20}{13}$

$= 52$

Ответ: ~~52~~.

№10 Пусть ΔABC-равносторонний. Док-ть $h_1 + h_2 - h_3$ не зависит от положения т.



1б

1) Пусть т. M лежит на высота AH. $\Rightarrow \Delta ABM = \Delta ACM$.

$r = h_1 = h_3$, по свойствам касательных к окр. $AN = AK$, а AM - общая.

$\angle ANM = \angle AKM = 90°$. Тогда $h_1 + h_2 - h_3 = h_2$ (M-центр впис. окруж)

2)

т.к $h_1 \perp AB$, $h_3 \perp AC$, то всегда можно будет построить окружность где AB и AC - касательные и нее

Рассмотрев BONM и COMK; $\angle NBO = \angle KCO = 120°$; всегда $\angle BNM$ и $\angle MOB$ и $\angle MKC$ и $\angle MOC = 90°$. Значит и стороны в соотношении

углов будут видоизменяться.

?