M4

1. Возьмём исходное число за a, тогда четверть $= \frac{a}{4}$
Треть от четверти — $\frac{a}{12}$, утроенная половина — $\frac{3a}{2}$. Пусть множитель равен x, тогда

$\frac{a}{12} \cdot x = \frac{3a}{2}$ $|\cdot 12$

$x \cdot a = 18a$ $|:a$

$x = 18$ н

Ответ: 18

10б ×

2. Максимальное кол-во ~~(...)~~ книг — 39. $x \in \mathbb{N}$, тогда, т.к. четверть в стопке — книги по математике, => $x \,\vdots\, 4$. Подберем возможные варианты:

4 8 12 16 20 24 28 32 36

~~При $x-5$~~ По условию, $(x-5) \,\vdots\, 7$, значит подходит только $x=12$ $(12 \,\vdots\, 4, (12-5) \,\vdots\, 7)$

Ответ: 12 книг

10б.

3. $\sin\alpha + \cos\alpha$ — ?

$\sin a \cdot \cos a = \frac{1}{3}$ по условию. => $\cos a = \frac{\sin a}{3}$ (~~sin~~ = ~~cos a~~)

По основному тригоном. тождеству:

$\sin a^2 + \cos a^2 = 1$, => $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a}$ | => $\sin a = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 a}{9}}$ =>

=> $\sin^2 a = \frac{9 - \sin^2 a}{9}$ $|\cdot 9$

$9\sin^2 a = 9 - \sin^2 a$

$10\sin^2 a = 9$

$\sin^2 a = \frac{9}{10}$ => $\sin a = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

Тогда из осн. тр. т. выразим $\cos a$: $\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \sqrt{1 - \frac{90}{100}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$

Сложим рез-ты:

$\frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{4\sqrt{10}}{10} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$

Ответ: $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

0б

6. $|\sin x + \cos x| = 5 - 4[x]$, $[x] \in \mathbb{Z}$

Представим $[x]$ как y, тогда

$|\sin x + \cos x| = 5 - 4y$.

Раскроем модуль положительно:

$\sin x + \cos x = 5 - 4y$ $|^2$

$\underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1 \text{ (осн. триг. тожд)}} + 2\sin x \cdot \cos x = 25 - 40y + 16y^2$ $|-1$

$2\sin x \cdot \cos x = 24 - 40y + 16y^2$

$4(2y^2 - 5y + 3) = \sin x \cdot \cos x$

ОДЗ: $x \in [-1; 1]$

$2y^2 - 5y + 3 = 0$

$\left[\begin{array}{l} y = \frac{3}{2} \text{ — п.к.} \\ y = 1 \end{array}\right.$

$\sin x \cdot \cos x = 0$

$\sin x \cdot \sqrt{1 - \sin^2 x} = 0$

~~+sin~~ $\sin^2 x \cdot (1 - \sin^2 x) = 0$

$\sin^4 x - \sin^2 x = 0$

$\sin^2 x(\sin^2 x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = \pm 1 \end{array}\right.$

~~$= \sin x - \cos x = 5 - 4y$~~

~~$\sin^2 x + \cos x$~~

Ответ: 1

1б

1	10
2	10 б
3	0
4	— б
5	— б
6	1 б
7	0 б
8	1
9	0 б
10	— б
Σ	22

7. $(5x-2y-z)^2+4|3x-2y+5| = 3x-2y-\sqrt{z-1}+5$

ОДЗ: $z-1 \geq 0 \Rightarrow z \geq 0$

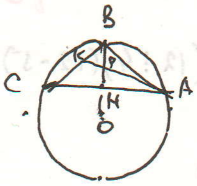
Раскроем модуль:

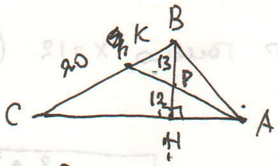
$(5x-2y-z)^2+12x-8y+20 = 3x-2y-\sqrt{z-1}+5$

$\underset{5\cdot5}{25}x^2-\underset{5\cdot2}{10}xz+4y^2+4zy+\underset{3\cdot3}{9}x-\underset{3\cdot2}{6}y+\underset{4+6+5}{15}+\sqrt{z-1}=0$

$5(5x^2-2xz+1)+4(y^2+2y+1)+3(3x-2y+2)+\sqrt{z-1}=0$

8.





Дано: $\triangle ABC$ – остроуг. AK – бисс, $AK \cap BH$;
$BP : PH = 13:12$
$BC = 20$

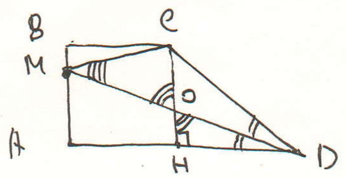
Найти: $OH = r$ - ?

Решение:

1. Рассм $\triangle CBO$ – ~~равносторонний~~ равнобедренный (O-центр окр.) и $BO=CO=r$.
по th. cos:
$\cancel{CO}$ $CB^2 = CO^2+BO^2-2CO\cdot BO\cdot\cos COB = 400$ (т.к. $CB=20$)
т.к. $CO=BO=r$, $\Rightarrow$
$2r^2-2r^2\cdot\cos COB = 400$
$2r^2(1-\cos COB) = 200$
~~$\Rightarrow r=5$~~ $\cos COB = \frac{1}{2}$ ($\angle COB = 60$) $\Rightarrow$
~~Ответ: 5~~
$\frac{r^2}{2} = 200$
$r^2 = 400$
$r = 20.$

Ответ: 20

9.



Дано: ABCD – прямоуг. трапеция, AD – осн.; ~~DM – бисс; B~~ DM – бисс.
$CD = AD + BC$
Найти: $\angle CMD$

Решение:

1. Пусть $BC = x$, тогда
CH – высота к AD
$BC = AH = x$.
$CD = 2x + HD$