

МАТЕМАТИКА

Титульный лист работы

Шифр _____

Фамилия	Бушуев
----------------	---------------

Имя	Александр
------------	------------------

Город	Магнитогорск
--------------	---------------------

Школа	МАОУ «Многопрофильный Лицей №1» г. Магнитогорска
--------------	---

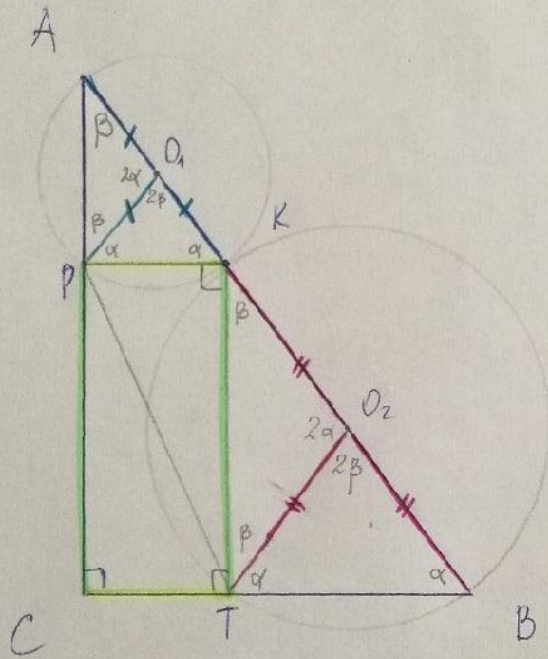
Класс	11 «А»
--------------	---------------

Телефон/ эл.почта	89634769950 bushuev.55@mail.ru
------------------------------	---

ФИО педагога	Никулина Людмила Николаевна
---------------------	------------------------------------

9

1



Дано:
 $\angle C = 90^\circ$; $K \in AB$
 $P \in AC$
 $T \in BC$

2 окружности с центрами O_1 и O_2

Доказать:

$S_{PO_1O_2T}$ не зависит от $m. K$

Доказательство:

1. Обозначим $\angle B = \alpha$ $\left| \begin{array}{l} \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \\ \angle A = \beta \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \\ \angle A + \beta + \angle C = 180^\circ \end{array} \right.$

2. $AO_1 = O_1K = R_1$
 $BO_2 = O_2T = R_2$

3. Также известно, что $m. P$ и $m. T$ - пересечение окружностей AC и BC соответственно $\Rightarrow O_1P = R_1$ и $O_2T = R_2$

4. Из 1 $\Rightarrow \triangle TO_2B$: $TO_2 = O_2B = R_2 \Rightarrow \triangle TO_2B$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle B = \angle O_2TB = \alpha$

$$\angle TO_2B = 180^\circ - \angle O_2BT - \angle O_2TB = 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ - 2(90^\circ - \beta) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2\beta$$

5. $\angle KO_2T$ и $\angle TO_2B$ - смежные $\Rightarrow \angle KO_2T + \angle TO_2B = 180^\circ$
 $\angle KO_2T = 180^\circ - 2\beta = 180^\circ - 2(90^\circ - \alpha) = 2\alpha$

6. $\triangle KO_2T$: $KO_2 = O_2T = R_2 \Rightarrow \triangle KO_2T$ - равнобедренный $\Rightarrow \angle O_2KT = \angle O_2TK$ - углы при основании \Rightarrow

$$\Rightarrow \angle KO_2T + 2\angle O_2KT = 180^\circ$$

$$\angle O_2KT = \angle O_2TK = \frac{180^\circ - 2\alpha}{2} = \beta$$

7. $\angle KTB = \angle KTO_2 + \angle O_2TB = \beta + \alpha = 90^\circ \Rightarrow KT \perp BC$
 $\angle AKP + \angle PKT + \angle TKB = 180^\circ$ - развернутый угол
 $\angle PKT = 180^\circ - \angle TKB - \angle AKP = 180^\circ - \beta - \angle AKP$

$\triangle PO_1A$ - равнобедренный ($O_1P = O_1A = R_1$) $\Rightarrow \angle O_1AP = \angle O_1PA = \beta \Rightarrow \angle APO_1 = 2\alpha$

$\triangle PO_1K$ - равнобедренный ($O_1P = O_1K = R_1$) $\Rightarrow \angle O_1PK = \angle O_1KP = \frac{180^\circ - \angle PO_1K}{2} = \alpha$

8. Продолжим л7. $\angle PKT = 180^\circ - \beta - \angle AKT = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 90^\circ$

9. Рассмотрим четырехугольник PKTC

$$\left. \begin{array}{l} \angle C = 90^\circ \\ \angle PKT = 90^\circ \\ \angle KTC = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle CPK = 360^\circ - 3 \cdot 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow \text{PKTC - прямоугольник,}$$

$$\begin{array}{l} \text{где } PK = TC \\ PC = KT \end{array}$$

10. $\triangle PCT = \triangle PKT$ по I признаку равенства треугольников

$$\left(\begin{array}{l} PK = CT \\ KT = PC \\ \angle PKT = \angle PCT = 90^\circ \end{array} \right)$$

$$11. S_{\triangle TO_2B} = \frac{1}{2} \cdot O_2B \cdot h_1 = \frac{1}{2} R_2 \cdot h \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow S_{\triangle TO_2B} = S_{\triangle TKO_2} \\ \text{, так как } \triangle TKO_2 \text{ и } \triangle TO_2B \text{ - имеют одну и ту же высоту} \end{array} \right.$$

12. Аналогично $\triangle PO_1K$ и $\triangle APO_1$

$$S_{\triangle PO_1K} = S_{\triangle APO_1}$$

$$13. S_{PO_1O_2T} = S_{\triangle PO_1K} + S_{\triangle PKT} + S_{\triangle KO_2T}$$

$$S_{\triangle APO_1} + S_{\triangle PCT} + S_{\triangle TO_2B} = S_{\triangle PO_1K} + S_{\triangle PKT} + S_{\triangle KO_2T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_{PO_1O_2T} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow \text{не зависит от того, где будет расположена точка K, площадь четырехугольника } PO_1O_2T \text{ будет равна } \frac{1}{2} \text{ площади } \triangle ABC \text{ что и требовалось.} \end{array} \right.$$

(4)

$$\lg \operatorname{tg} 1^\circ + \lg \operatorname{tg} 2^\circ + \dots + \lg \operatorname{tg} 88^\circ + \lg \operatorname{tg} 89^\circ$$

по свойству сложения логарифмов

$$\lg_2 b + \lg_2 c = \lg_2 b \cdot c$$

Распишем наше задание, комбинируем $\lg \operatorname{tg} 1^\circ$ и $\lg \operatorname{tg} 89^\circ$

$$\lg \operatorname{tg} 2^\circ \text{ и } \lg \operatorname{tg} 88^\circ$$

$$\lg \operatorname{tg} 3^\circ \text{ и } \lg \operatorname{tg} 87^\circ$$

$$\vdots$$

$$\lg \operatorname{tg} 44^\circ \text{ и } \lg \operatorname{tg} 46^\circ$$

$$\text{Из всех слагаемых останется только } \lg \operatorname{tg} 45^\circ = \lg 1 = 0$$

→ пропало

По свойству получаем

$$\log(\operatorname{tg} 1^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ) = \log(\operatorname{tg}(90^\circ - 89^\circ) \cdot \operatorname{tg} 89^\circ) = \log(\operatorname{ctg} 89^\circ \cdot \operatorname{tg} 89^\circ) = \log\left(\frac{1}{\operatorname{tg} 89^\circ} \cdot \operatorname{tg} 89^\circ\right) =$$

$$= \log 1 = 0$$

Т.к. не совсем будет верно и при всех остальных нар., т.к. сумма углов в тангенсальной функции будет равна 90°

Например:

$$1^\circ + 89^\circ$$

$$2^\circ + 88^\circ$$

$$3^\circ + 87^\circ \text{ и т.д.}$$

и т.д. сумма всегда будет равна 0

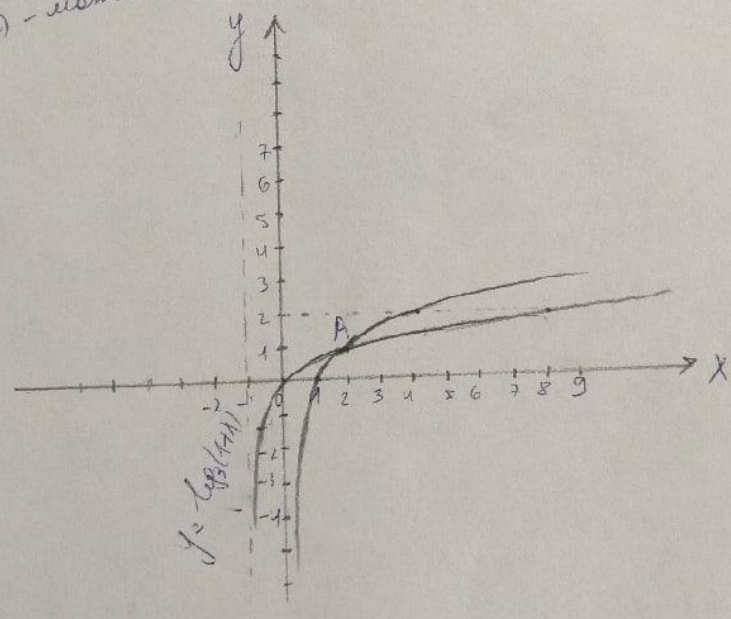
Ответ: 0

5) $\log_3(1+x) = \log_2 x$

Решим уравнение графическим методом.

$y_1 = \log_3(1+x)$ (1) - монотонная функция
 $y_2 = \log_2 x$ (2) - монотонная функция

ОДЗ: $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$
 $\begin{cases} x > -1 \\ x > 0 \end{cases}$



Для 1 функции асимптота $x = -1$ | $A(2; 1)$
Для 2 функции асимптота $x = 0$ |

При пересечении $x = 2$ в 1 функции получим:

$$y = \log_3(1+2) = 1$$

во 2 функции:

$$y = \log_2 2 = 1$$

Ответ: 2

(4)

(4)

$$f(x) - 2x = \frac{5}{x} - 4f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\begin{cases} f(x) + 4f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{5}{x} + 2x \\ f\left(\frac{1}{x}\right) + 4f(x) = 5x + \frac{2}{x} \quad | \cdot (-4) \end{cases}$$

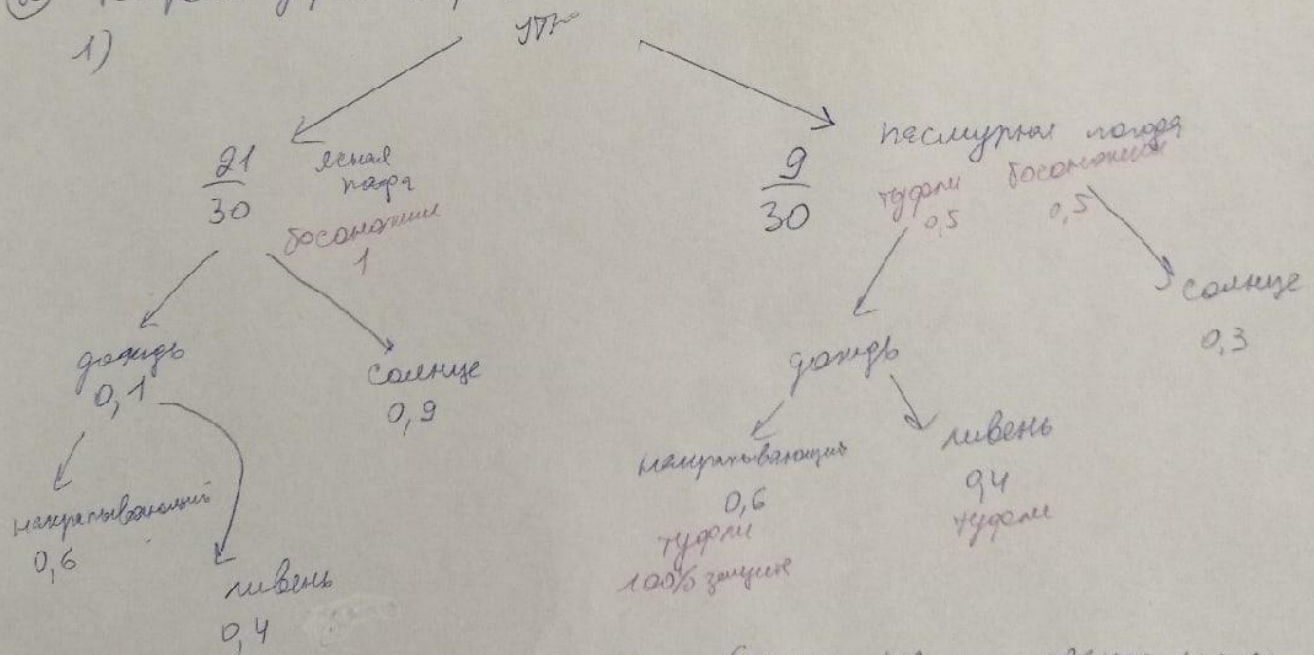
$$+ \begin{cases} f(x) + 4f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{5}{x} + 2x \\ -4f\left(\frac{1}{x}\right) - 16f(x) = -20x - \frac{8}{x} \end{cases}$$

$$-15f(x) = -18x - \frac{3}{x}$$

$$f(x) = \frac{18x - \frac{3}{x}}{15} = \frac{18x^2 + 3}{15x}$$

Ответ: $f(x) = \frac{18x^2 + 3}{15x}$

(2) Построим дерево вероятностей



1) Вероятность того, что Солнце не прольет нам равня

а) $\frac{21}{30} \cdot 0,9 = 0,63$ - если лесная поляна без дождя

б) $\frac{9}{30} \cdot 0,3 = 0,09$ - если лесная поляна без дождя

→ продолжим

б) $\frac{9}{30} \cdot 0,5 \cdot 0,7 \cdot 0,6 = 0,063$ — если наступил ноябрь с
направлением дождем (или в южных)

Ответ:

$$0,63 + 0,09 + 0,063 = \underline{0,216} = 21,6\%$$

2) Вероятность того, что утром было ясно, в день, когда
общее количество дождей равно $0,1 \cdot \frac{21}{30} = 0,07 = 7\%$

Ответ: 1) 21,6%

2) 7%

1