МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «МГТУ им. Г.И. Носова»

Многопрофильная олимпиада школьников «Путь к успеху»

МАТЕМАТИКА

Титульный лист работы

Шифр________

Фамилия	**Евсеева**
Имя	**Наталья**
Город	**Челябинская область, п.Бреды**
Школа	**МКОУ БСОШ№1**
Класс	**11 класс**
Телефон/ эл.почта	**evseevan21@mail.ru**
ФИО педагога	**Кувяткина Елена Николаевна**

Задание №1

1. При каждом разрезании из одного листа получаем 6 листков, получается, что число листов увеличивается на 5 т.к. $6-1=5$

Отсюда получается, что из исходного листа может получиться число листков вида: $1+5n$, где $n \in N$.
То есть это полученное число должно делиться на 5 и давать в остатке 1.

Но 2020 при делении на 5 не даёт остатка: $2020 : 5 = 404$
То есть получаем: $2020 : 5 = 404$. А это значит, что число полученных листков не может быть равным 2020.

Задание №4.

$\lg tg 1° + \lg tg 2° + \ldots + \lg tg 88° + \lg tg 89°$

Представим в виде: $(\lg tg 1° + \lg tg 89°) + (\lg tg 2° + \lg tg 88°) + \ldots (\lg tg 44° + \lg tg 46°) + \lg tg 45° = \lg tg 1° tg(90°-1°) + \lg tg 2° tg(90°-2°) + \ldots + \lg tg 44° tg(90°-44°) + \lg tg 45°$.

С помощью формул приведения запишем выражение в новом виде:

$\lg tg 1° ctg 1° + \lg tg 2° ctg 2° + \ldots + \lg tg 44° ctg 44° + \lg tg 45° = \lg 1 + \lg 1 + \ldots + \lg 1 + \lg 1 =$
$= 0 + 0 + \ldots + 0 + 0 = 0$

Задание №5.

$\log_3(1+x) = \log_2 x$ ОДЗ: $\begin{cases} 1+x>0 \\ x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} x>-1 \\ x>0 \end{cases}$ $x \in (0; +\infty)$

Преобразуем неравенство: $\frac{\log_2(1+x)}{\log_2 3} = \log_2 x$

Подставим в неравенство $x=2$, тогда: $\frac{\log_2(1+2)}{\log_2 3} = \log_2 2$

$1 = 1$ (верно)

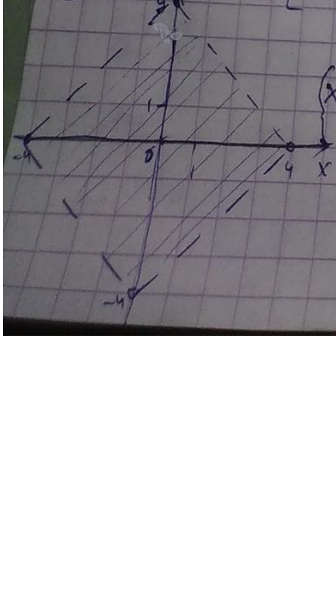
Ответ: 2.

Задание №3.

$\begin{cases} |x|+|y| < 4 \\ x^2+y^2 \geq 6 \end{cases}$

$|x|+|y| < 4$

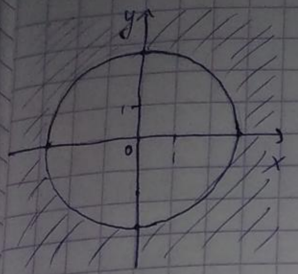
$\begin{cases} x>0 \; y>0 \\ x+y<4 \end{cases}$ $\begin{cases} x>0 \; y<0 \\ x-y<4 \end{cases}$ $\begin{cases} x<0 \; y>0 \\ -x+y<4 \end{cases}$ $\begin{cases} x<0 \; y<0 \\ -x-y<4 \end{cases}$



$\begin{cases} x \in (-4;4) \\ y \in (-4;4) \end{cases}$

$x^2 + y^2 \geq 8$

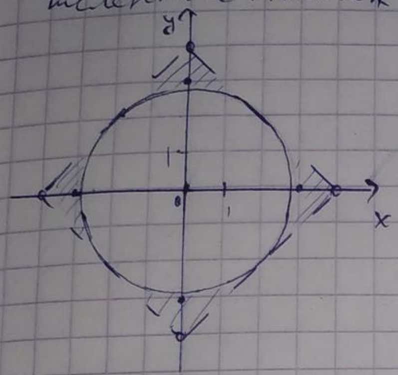
$x^2 + y^2 = 8$ – уравнение окружности, $R = 2\sqrt{2}$, центр $(0;0)$



$x \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$

$y \in (-\infty; -2\sqrt{2}) \cup (2\sqrt{2}; +\infty)$

Теперь находим общее решение системы и находим все целочисленные пары точек, удовлетворяющих данной системе неравенств:



$(-3;0)$; $(0;-3)$; $(3;0)$; $(0;3)$

Ответ: $(-3;0)$; $(0;-3)$; $(3;0)$; $(0;3)$